

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича  
(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет математики та інформатики

(назва інституту / факультету)

Кафедра математичного моделювання

(назва кафедри)

## СИЛАБУС

навчальної дисципліни

Математичне моделювання динамічних систем і процесів

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

(вказати: обов'язкова / вибіркова )

Освітньо-професійна програма Інформаційні технології та управління проектами,  
Системний аналіз

(назва програми)

Спеціальність 122 – Комп'ютерні науки, 124 – Системний аналіз

(вказати: код, назва)

Галузь знань 12 – Інформаційні технології

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Розробники: Черевко Ігор Михайлович, професор каф. мат. мод., доктор. фіз.-мат. наук,  
професор

(П.І.Б. авторів, посада, науковий ступінь, вчене звання)

Профайл викладача: <http://matmod.fmi.org.ua/pro-kafedru/spivrobotnyky/cherevko-igor-myhailovych/>

Контактний тел.: (0372) 58-48-25

E-mail: [i.cherevko@chnu.edu.ua](mailto:i.cherevko@chnu.edu.ua)

Сторінка курсу в Moodle: <http://e-learning.fpm.chnu.edu.ua/course/view.php?id=39>

Консультації: Онлайн-консультації: Понеділок 14-30-15-30  
Очні консультації: за попередньою домовленістю.

### **1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).**

При вивченні дисципліни будуть розглянуті теоретичні та практичні основи математичного моделювання динамічних систем та процесів.

Математичними моделями багатьох фізичних і технічних процесів є диференціально-функціональні рівняння. Такі рівняння виникають у теорії оптимального керування, при моделюванні біологічних та екологічних процесів, прикладних задач теорії оптимального керування та хімічної кінетики.

Незважаючи на наявність великої кількості наукових робіт, в яких вивчаються диференціально-функціональні рівняння існують питання, які вивчені досить мало. До них відносяться, зокрема, задачі про існування та побудову методів знаходження розв'язків початкових та крайових задач, оскільки на даний час немає універсальних методів їх розв'язання.

Планується розглянути схеми апроксимації розв'язків для нових класів диференціально-функціональних рівнянь із запізненням та нейтрального типу. Розглянуто застосування схем апроксимації для знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів і запропоновано методику побудови областей стійкості лінійних диференціальних рівнянь з багатьма відхиленнями аргументу.

Для реалізації завдань курсу студенти будуть розробляти прикладне програмне забезпечення для модельних початкових і крайових задач для диференціально-різницевого рівнянь та інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням та нейтрального типу.

У процесі вивчення дисципліни студенти набудуть компетентностей для розв'язування задач в галузі дослідницької діяльності та генерування нових ідей при використанні математичних методів та інформаційних технологій.

### **2. Мета навчальної дисципліни:**

Метою та завданнями дисципліни “Математичне моделювання динамічних систем і процесів” є вивчення задач, що пов'язані із існуванням розв'язку початкових та крайових задач для систем із запізненням, дослідження властивостей їх стійкості та періодичності; аналіз точних та наближених методів побудови розв'язків; розвиток уміння застосовувати на практиці методи системного аналізу, методи математичного та інформаційного моделювання для побудови та дослідження моделей об'єктів і процесів; розвивати вміння написати наукову статтю (доповідь) на державній та/або іноземній мові з використанням наукової та навчальної літератури з системного аналізу та комп'ютерних наук, довідників, словників, документів та іншої науково-технічної інформації, з дотримання норм авторського права

Знання і досвід, набуті в цьому курсі, будуть корисними в майбутній практичній діяльності студентів при моделюванні на ЄОМ математичних моделей, що описуються диференціально-функціональними рівняннями.

Дисципліна формує такі компетентності за ОП:

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК5. Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.

СК5. Здатність використовувати математичні методи для аналізу формалізованих моделей предметної області.

**3. Пререквізити.** Диференціальні рівняння, Обчислювальні методи, Програмування, Програмування та підтримка Веб-застосунків, Моделювання жорстких систем

### **4. Результати навчання**

**знати** основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

**вміти** застосовувати основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу при побудові та дослідженні прикладних процесів, що описуються диференціально-функціональними рівняннями; розробляти та аналізувати математичні моделі природничих, техногенних, економічних і соціальних об'єктів та процесів; використовувати методологію системного аналізу для прийняття рішення в складних системах різної природи; використовувати існуюче та створювати власне програмне забезпечення із використанням мов

програмування для моделювання та проведення системних досліджень складних систем тощо; моделювати, прогнозувати та проектувати бізнес-процеси підприємства на основні методів та інструментальних засобів системного аналізу.

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими **програмними результатами навчання**:

PH2. Обирати належні засоби для розробки або дослідження (середовище розробки, мова програмування, програмне забезпечення та програмні пакети тощо), що дозволяють знайти правильне і ефективне рішення.

PH11. Відшукувати необхідну інформацію у науковій літературі, базах даних, інших джерелах, аналізувати і оцінювати її.

## 5. Опис навчальної дисципліни

### 5.1. Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	5	9	4	120	15	–	–	15	90	–	екзамен
Заочна											

### 5.2. Дидактична карта навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма						Заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
<b>Теми лекційних занять</b>	<b>Змістовий модуль 1. Елементи загальної теорії диференціально-функціональних рівнянь</b>												
Вступ. Основна початкова задача	19	2		2		15	19						19
Лінійні диференціально-різницеві рівняння	9	2		2		5	9	1		2			6
Стійкість диференціально-різницевих рівнянь	14	2		2		10	14	1		2			11
Періодичні розв'язки систем з післядією	14	2		2		10	14						14
Крайові задачі для диференціально-різницевих рівнянь	14	2		2		10	14						14
<b>Разом за ЗМ1</b>	<b>70</b>	<b>10</b>		<b>10</b>		<b>50</b>	<b>70</b>	<b>2</b>		<b>4</b>			<b>64</b>
<b>Теми лекційних занять</b>	<b>Змістовий модуль 2. Застосування диференціально-функціональних рівнянь</b>												
Приклади систем з післядією. Наближені методи розв'язування	19	2		2		15	19	1		1			17

диференціально-різницевих рівнянь										
Алгоритми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь	19	2	2		15	19				19
Моделі із запізненням	12	1	1		10	12	1		1	10
<b>Разом за ЗМ 2</b>	<b>50</b>	<b>5</b>	<b>5</b>		<b>40</b>	<b>50</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>46</b>
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>15</b>	<b>15</b>		<b>90</b>	<b>120</b>	<b>4</b>		<b>6</b>	<b>110</b>

### 5.3. Зміст завдань для самостійної роботи

№	Назва теми
1	Класифікація диференціально-різницевих рівнянь, ознаки класів та приклади
2	Початкова задача для рівняння із запізненням та нейтрального типу.
3	Як визначити початкову множину для одного і кількох сталих запізнень?
4	Яке означення початкової множини для змінного запізнення?
5	Схема методу кроків для знаходження розв'язків початкової задачі.
6	Перевірка умов існування та єдиності розв'язку початкової задачі для рівняння із запізненням.
7	Властивості розв'язків лінійних диференціально-різницевих рівнянь.
8	Розміщення коренів квазіполіномів рівнянь із запізненням та нейтрального типів.
9	Інтегральне представлення розв'язків лінійних неоднорідних диференціально-різницевих рівнянь.
10	Основні означення стійкості розв'язків рівнянь із запізненням.
11	Схема методу Д-розбиття для простіших типівДФР.
12	Періодичні розв'язки ДРР зі сталими коефіцієнтами.
13	Періодичні розв'язки квазілінійних диференціально-різницевих рівнянь.
14	Яка геометрична інтерпретація крайової задачі для рівнянь із запізненням?
16	Які біологічні, екологічні чи економічні процеси приводять до математичних моделей із запізненням?
17	Чому при збільшенні запізнення віддачі інвестицій зменшується темп росту економіки?
18	Чому різницеві схеми високого порядку не застосовують для розв'язання початкових задач для диференціально-різницевих рівнянь?
19	Як записати різницеву схему Ейлера для початкової задачі із запізненням?
20	Алгоритм реалізації різницевої схеми Ейлера для рівняння із ірраціональним запізненням.
21	Ідея апроксимації рівнянь із запізненням системами звичайних диференціальних рівнянь.
22	Наближене обчислювати неасимптотичних коренів квазіполіномів.

### 6. Система контролю та оцінювання

#### Види та форми контролю

1. Поточний (захист командних проєктів, опитування теоретичного матеріалу)
2. Модульний (контрольні роботи)
3. Підсумковий (екзамен)

#### Засоби оцінювання:

- контрольні роботи;
- командні проєкти;
- аналітичні звіти про виконання індивідуальних завдань та самостійної роботи.

### Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Екзаменаційний білет містить три питання, з яких два питання теоретичні і одне практичне.

1. Повна відповідь на кожне питання оцінюється 10 балами.
2. За кожну помилку, яка допущена у відповіді, знімається певна кількість балів, а саме:
  - а) при відповіді на теоретичне питання у випадку неістотної помилки знімається 1-2 бали, а у випадку істотної 3-5 балів, якщо ж студент не опанував теоретичний матеріал дисципліни, плутається в означеннях, наводить логічно невірні твердження, то знімається до 10 балів;
  - б) при оцінці практичного завдання за помилку, допущену при перетвореннях, знімається 1-2 бали; за істотну помилку, яка привела до неправильної відповіді, знімається 3-5 балів; якщо ж розв'язання задачі логічно неправильне, то знімається до 10 балів.
3. Максимальна кількість, яку можна набрати на підсумковому модулі (екзамені) 30 балів.
4. Підсумкова оцінка виставляється за результатами суми балів набраних на змістовних модулях під час семестру та підсумковому модулі (екзамені) згідно таблиці

#### Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
<b>Відмінно</b>	A (90-100)	відмінно
<b>Добре</b>	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
<b>Задовільно</b>	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
<b>Незадовільно</b>	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом

### 7. Рекомендована література

#### Основна

1. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. - М.: Мир, 1967. - 548 с.
2. Мышкис А.Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. - М.: Наука, 1972. - 349 с.
3. Рубаник В.П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. - М.: Наука, 1969. - 287 с.
4. Митропольский Ю.А., Мартынюк Д.И. Периодические и квазипериодические колебания систем с запаздыванием. - Киев: Вища школа, 1979. - 247 с.
5. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. - М.: Наука, 1971. - 296 с.
6. Каменский Г.А., Скубачевский А.Л. Краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений. - М.: Изд-во МАИ, 1992. - 192 с.
7. Курбатов В.Г. Линейные дифференциально-разностные уравнения. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1990. - 168 с.
8. Фодчук В.І., Бігун Я.Й., Клевчук І.І., Черевко І.М., Якімов І.В. Регулярно і сингулярно збурені диференціально-функціональні рівняння. - К.: Ін-т математики НАН України, 1996. - 210 с.
9. Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. - М.: Мир, 1984. 421с.
10. Хусаинов Д.Я., Шатырко А.В. Метод функций Ляпунова в исследовании устойчивости дифференциально-функциональных уравнений. - К.: Изд-во Киевского ун-та, 1987. 236с.

**Додаткова**

11. Kolmanovskii V., Myshkis A. Introduction to the theory and applications of functional-differential equations. – Kluwer, 1999. – 648 p
12. Бекларян Л.А. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. Групповой подход. – М.: Факториал Пресс, 2007. – 288 с.
13. Bellen A, Zennaro M. Numerical methods for delay differential equations. – Oxford University Press, 2003. – 395 p.
14. Kuang Jiaoxun, Cong Yuhao. Stability of numerical methods for delay differential equations. Elsevier, 2007. – 295 p.