

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича  
(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет математики та інформатики

(назва інституту / факультету)

Кафедра математичного моделювання

(назва кафедри)

**СИЛАБУС**  
**навчальної дисципліни**

**Комп'ютерне моделювання жорстких процесів та систем**

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

(вказати: обов'язкова / вибіркова)

Освітньо-професійна програма Інформаційні технології та управління проектами

(назва програми)

Спеціальність 122 – Комп'ютерні науки

(вказати: код, назва)

Галузь знань 12 – Інформаційні технології

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Розробники: Черевко Ігор Михайлович, професор каф. мат. мод., доктор. фіз.-мат. наук, професор

(П.І.Б. авторів, посада, науковий ступінь, вчене звання)

Профайл викладача: <http://matmod.fmi.org.ua/pro-kafedru/spivrobitnyky/cherevko-igor-myhailovych/>

Контактний тел.: (0372) 58-48-25

E-mail: [i.cherevko@chnu.edu.ua](mailto:i.cherevko@chnu.edu.ua)

Сторінка курсу в Moodle: <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=3739>

Консультації: Онлайн-консультації: в середовищі Google Meet (понеділок з 13-00 до 14-00)  
Очні консультації: за попередньою домовленістю.

### 1. Анотація дисципліни.

При побудові адекватних математичних моделей об'єктів та їх чисельному моделюванню виникає проблема із рівномірною збіжністю класичних різницевих схем, що пов'язана із явищем жорсткості математичних задач.

Навчальна програма з курсу “Моделювання жорстких систем” передбачає вивчення питань, що пов'язані із означенням та прикладами жорстких задач із різних областей науки, аналізом нерівномірної збіжності класичних різницевих схем при розв'язуванні жорстких задач, існуванням та властивостями жорстко стійких різницевих схем.

Програма курсу передбачає навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями теорії різницевих схем, досліджувати різницеві схеми на стійкість та застосовувати їх до жорстких диференціальних задач. Важливими для практичних застосувань є жорстко стійкі різницеві схеми Гіра.

Дана навчальна дисципліна забезпечує ефективне використання сучасного математичного апарату в професійній діяльності для розв'язування задач теоретичного та прикладного характеру в процесі аналізу, синтезу та проектування інформаційних систем.

**2. Мета навчальної дисципліни:** систематичне вивчення властивостей жорстких систем диференціальних рівнянь, джерел їх виникнення; розгляд найбільш поширених алгоритмів розв'язання таких задач, а також обговорення останніх досягнень в теорії чисельних методів. Знання і досвід, набуті в цьому курсі, будуть корисними в майбутній практичній діяльності студентів при моделюванні на ЕОМ процесів, що описуються жорсткими диференціальними рівняннями.

Дисципліна формує такі компетентності за ОП

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК8. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ФК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.

ФК7. Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів

**3. Пререквізити.** Диференціальні рівняння, Обчислювальні методи.

### 4. Результати навчання

**Завдання дисципліни** навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями теорії різницевих схем, досліджувати різницеві схеми на стійкість та застосовувати їх до жорстких диференціальних задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

**вміти:**

- застосовувати отримані знання при побудові та дослідженні різницевих схем для розв'язання жорстких диференціальних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів та можливостей їх адаптації до прикладних задач.

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими **програмними результатами навчання:**

ПРН2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.



Тема 3. Жорстко стійких різницевої схеми Гіра	18	4		6		8						
<b>Разом за ЗМ 2</b>	44	10		12		22						
<b>Змістовий модуль 3. Диференціально-алгебраїчні рівняння. Різницевої схеми з припасованими коефіцієнтами</b>												
Тема 1. Системи диференціально-алгебраїчних рівнянь	12	4		2		6						
Тема 2. Різницевої схеми з припасованими коефіцієнтами	14	4		4		6						
Тема 3. Сингулярно збурені крайові задачі	14	4		4		6						
<b>Разом за ЗМ 3</b>	40	12		10		18						
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>30</b>		<b>30</b>		<b>60</b>						

### 5.3. Самостійна робота

Самостійна робота студентів складає 60 годин. Розподіл самостійної роботи за видами навчальних робіт:

- 1) підготовка до лекційних занять – 10 годин;
- 2) підготовка до лабораторних занять та їх виконання – 26 годин;
- 3) самостійне опрацювання додаткового матеріалу – 10 годин;
- 4) підготовка до модульних контрольних робіт – 8 години;
- 5) підготовка до іспиту – 6 годин.

### 5.4. Зміст завдань для самостійної роботи

#### Змістовий модуль 1

#### Багатокрокові різницевої схеми для систем диференціальних рівнянь

1. Які задачі розв'язують в науковому програмуванні (НП)?
2. Які дисципліни формують напрям НП?
3. Основні вимоги до математичних моделей (ММ).
4. Схема обґрунтування побудованої ММ.
5. Суть методу різницевої апроксимації для побудови різницевої схем.
6. Ідея методу невизначених коефіцієнтів для побудови різницевої схем.
7. Основні поняття теорії різницевої схем: збіжність, стійкість, апроксимація.
8. Ідея та реалізація вибору автоматичного кроку інтегрування.
9. Схема застосування різницевої схем до систем диференціальних рівнянь.
10. Означення практичної стійкості різницевої схем. Тестова задача.
11. Схема дослідження на практичну стійкість однокрокових різницевої схем.
12. Схема дослідження на практичну стійкість багатокрокових різницевої схем.
13. Необхідна умова стійкості багатокрокових різницевої схем.
14. Загальна схема дослідження різницевої схем.

#### Змістовий модуль 2

#### Жорсткі системи звичайних диференціальних рівнянь

1. Означення абсолютної стійкості багатокрокових різницевої схем.
2. Алгоритм дослідження на абсолютну стійкість багатокрокових різницевої схем.

3. Области абсолютної стійкості явних та неявних різницевих схем.
4. Означення жорстких диференціальних рівнянь та їх приклади.
5. Жорстко стійкі різницеві схеми.
6. Методика реалізації жорстко стійких різницевих схем.
7. Алгоритми побудови різницевих схем Гіра.
8. Найбільш вживані різницеві схеми Гіра.
9. Напівнеявні різницеві схеми Рунге-Кутта, Розенброка.

### **Змістовий модуль 3**

#### **Диференціально-алгебраїчні задачі**

1. Характеристика системи диференціальних рівнянь Тихонова.
2. Теорема Тихонова про граничний перехід.
3. Декомпозиційний алгоритм розв'язування сингулярно збурених систем.
4. Схема застосування ФДН для розв'язування неявних та диференціально-алгебраїчних рівнянь.
5. Нерівномірна збіжність класичних різницевих схем для розв'язання сингулярно збурених задач.
6. Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами для сингулярно збурених задач Коші.
7. Сингулярно збурені крайові задачі: існування та властивості розв'язків.
8. Рівномірно збіжні різницеві схеми для сингулярно збурених крайових задач.

#### **ІНДЗ**

1. Характеристика основних вимог до прикладних програм.
2. Знаходження розв'язків лінійних різницевих рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
3. Знайти похибки апроксимації похідної різницевиими операторами  $L^-$ ,  $L^+$ ,  $L^{1/2}$ .
4. Провести аналіз позитивних і негативних сторін однокрокових та багатокрокових різницевих схем.
5. Обґрунтувати схему дослідження на практичну стійкість двокрокових різницевих схем.
6. Довести критерій стійкості багатокрокових різницевих схем.
7. Побудувати область абсолютної стійкості неявної різницевої схеми Адамса 2-го порядку.
8. Аналіз областей абсолютної стійкості явних та неявних різницевих схем Адамса.
9. Побудова областей абсолютної стійкості різницевих схем Гіра 2-4-го порядків.
10. Побудувати приклад системи лінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, для якої означення жорсткої системи є некоректним.
11. Показати, що лінійна сингулярно збурена система диференціальних рівнянь є жорсткою.
12. ФДН для нерівномірних проміжків.
13. Знаходження припасованих коефіцієнтів для неявних різницевих схем Ейлера, різницевих схем Адамса 2-го порядку.
14. Алгоритм реалізації різницевих схем з припасованими коефіцієнтами для сингулярно збурених крайових задач.

### **6. Система контролю та оцінювання**

#### **Види та форми контролю**

1. Поточний (усне опитування, розв'язування задач)
2. Модульний (контрольні роботи, лабораторні роботи)
3. Підсумковий (екзамен)

#### **Засоби оцінювання:**

- контрольні роботи;
- командні проекти;
- аналітичні звіти про виконання індивідуальних завдань та самостійної роботи.

### Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Система оцінювання рівня навчальних досягнень ґрунтується на принципах ECTS та є накопичувальною. На протязі семестру студенти виконують дві контрольні роботи та 3 лабораторних роботи. Кожна контрольна робота оцінюється максимум 5 балами, а лабораторна робота оцінюється максимум 20 балами. Підсумковим контролем з дисципліни є усний іспит. Білет екзамену містить три питання, з яких одне питання теоретичне і два практичні.

1. Повна відповідь на кожне питання оцінюється 10 балами.
2. За кожну помилку, яка допущена у відповіді, знімається певна кількість балів, а саме:
  - а) при відповіді на теоретичне питання у випадку неістотної помилки знімається 1-2 бали, а у випадку істотної 3-5 балів, якщо ж студент не опанував теоретичний матеріал, плутається в означеннях, наводить логічно невірні твердження, то знімається до 10 балів;
  - б) при оцінці практичного завдання за помилку, допущену при перетвореннях, знімається 1-2 бали; за істотну помилку, яка привела до неправильної відповіді, знімається 3-5 балів; якщо ж розв'язання задачі логічно неправильне, то знімається до 10 балів.
3. Максимальна кількість, яку можна набрати на підсумковому модулі (екзамені) 30 балів.
4. Підсумкова оцінка виставляється за результатами суми балів набраних на змістовних модулях під час семестру та підсумковому модулі (екзамені) згідно таблиці

#### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
<b>Відмінно</b>	A (90-100)	відмінно
<b>Добре</b>	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
<b>Задовільно</b>	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
<b>Незадовільно</b>	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом

#### Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота						Підсумковий тест (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2		Змістовий модуль 3			
T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2
2	3	20	5	15	10	5	10
						30	100

T1, T2 ... T12 – теми змістових модулів.

### 7. Політика освітнього процесу

Студенти зобов'язані своєчасно та якісно виконувати всі отримані завдання і акуратно їх оформлювати у вигляді звіту з наданням програмного коду у випадку чисельних розрахунків. За необхідністю з метою з'ясування всіх незрозумілих під час самостійної та індивідуальної роботи питань, відвідувати консультації викладача. Кожний студент зобов'язаний дотримуватися принципів академічної доброчесності. Виконаний студентом не свій варіант завдання не оцінюється. Складання (перескладання) екзамену проводиться за встановленим деканатом розкладом.

## 8. Рекомендована література

### Основна

1. Butcher, J.C. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2016.- 484 p.
2. Ernst Hairer, Gerhard Wanner *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Springer, 2010 p. - 614 p.
3. Doolan E. R., Miller J. M., Schilders W. A. “Uniform Numerical Methods for Problems with Initial and Boundary Layers,” Boole Press, Dublin, 1980.-199 p.
4. Leon O. Chua, Pen-Min Lin. *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques*. Englewood Cliffs, N.J : Prentice Hall, 1975.- 737 p.
5. Nagy A.M. *Numerical Solution of Stiff and Singularly Perturbed Problems: Numerical Solution of Stiff and Singularly Perturbed Problems for Ordinary Differential and Volterra-type Equations*. – Publisher : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 156 p.
6. Бігун Я. Й. Числові методи.– Чернівці: Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича. 2019 – 436 с.
7. «Комп'ютерне моделювання жорстких процесів та систем»: Методичні рекомендації та завдання для лабораторних та контрольних робіт. Укл.: І.М.Черевко– Чернівці: 2023. – 29 с.

### Додаткова

1. Dzyadyk V.K. *Approximation Methods for Solutions of Differential and Integral Equations*. – De Gruyter, 2019. – 329 p.
2. Dahlquist G. 33 years of numerical instability. Part 1. BIT. 1985, v.25, p. 188-204.
3. Dekker, K.; Verwer, J. G., *Stability of Runge-Kutta Methods for Stiff Nonlinear Differential Equations*. Amsterdam-New York, North-Holland 1984. – 308 p.
4. Hairer E., Norsett S. P., Wanner G. *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff and Differential-Algebraic Problems*. Berlin: Springer-Verlag, 1993. – 528 p.
5. Gear C. W. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. – New Jersey : Printice, 1971. – 253 p.

## 9. Інформаційні ресурс

<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=3739>